

WYKŁAD 7

Złącze p-n. Równanie Poissona i jego rozwiązanie. Przybliżenie obszaru zubożonego. Obszar zubożony w złączu p-n. Pojemność elektryczna złącza p-n.

Eunika Zielony

Wykład na podstawie:

1. **S. M. Sze and Kwok K. Ng**, „*Physics of Semiconductor Devices*”, 3rd edition, wyd.: John Wiley & Sons, Inc. Publication, New Jersey, 2007.
2. **Donald A. Neamen**, „*Semiconductor Physics and Devices: Basic Principles*”, 4th edition, wyd.: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1221 Avenue of the Americas, New York, 2012.
3. **P. Blood and J. W. Orton**, „*The Electrical Characterization of Semiconductors: Majority Carriers and Electron States*”, wyd.: London Academic Press, 1992.

Równanie Poissona

Potencjał elektrostatyczny (**potencjał pola elektrycznego o natężeniu \vec{E}**), który w 1D w każdym punkcie x wynosi:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_s}$$

ρ – gęstość ładunku przestrzennego w złączu; ϵ_s – przenikalność elektryczna materiału półprzewodnika

Wiedząc, że: $E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$

Możemy zapisać: $\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_s}$

Ładunek przestrzenny w złączu p-n

$$\rho(x) = q(p - n + N_d^+ - N_a^-)$$

Dla **całkowicie** zjonizowanych domieszek:

$$N_a^- = N_a \quad \text{oraz} \quad N_d^+ = N_d$$

N_a – koncentracja akceptorów, N_d – koncentracja donorów.

Dla półprzewodnika **typu n**: $p = 0$ oraz $N_a^- = 0$

Zatem: $\rho(x) = q(-n + N_d) = q(N_d - n)$

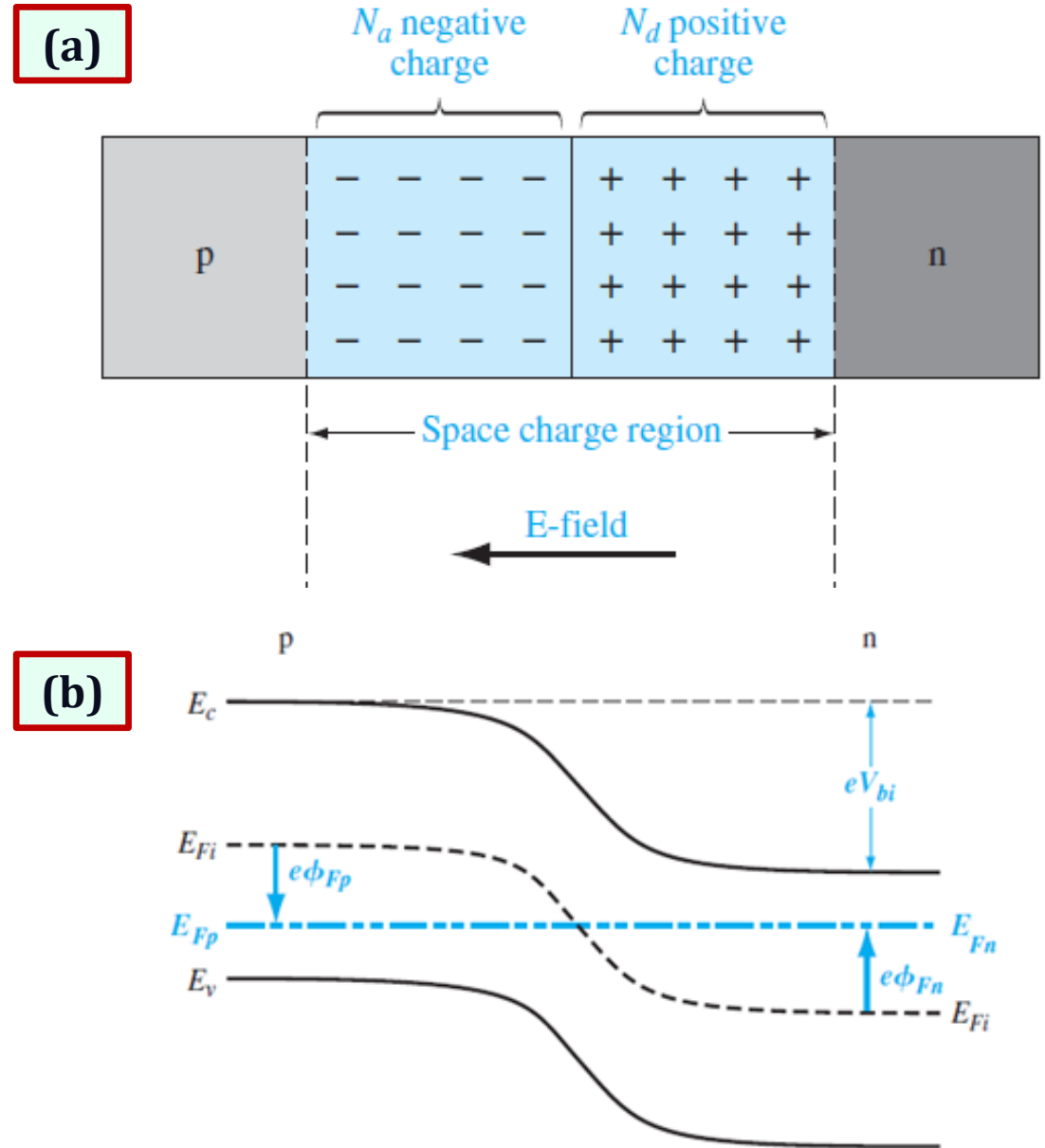
Dla półprzewodnika **typu p**: $n = 0$ oraz $N_d^+ = 0$

$$\rho(x) = q(p - N_a)$$

W **obszarze neutralnym**: $n = N_d$ oraz $p = N_a$.

Dlatego:

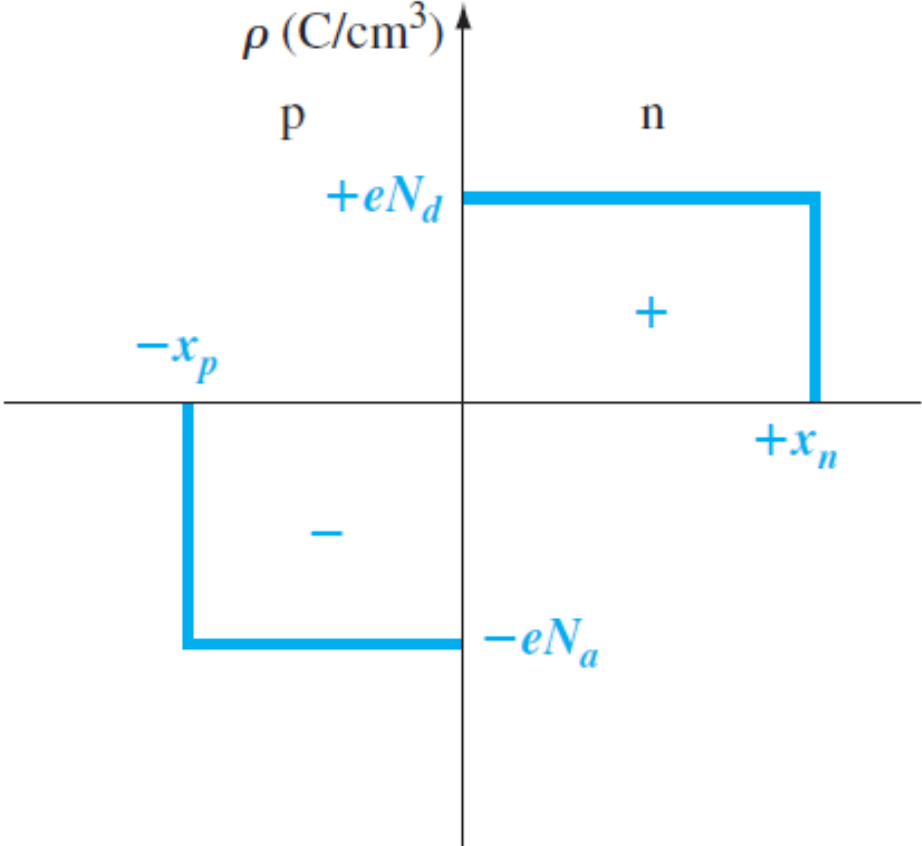
$$\rho(x) = 0!$$



Rys. (a) Warstwa ładunku przestrzennego w złączu p-n, (b) diagram pasmowy złącza p-n.

Przybliżenie obszaru zubożonego

- Wewnątrz obszaru zubożonego, tj. dla $x \in (-x_p, +x_n)$**
- ✓ Brak swobodnych nośników, tj. $n(x) = 0$ oraz $p(x) = 0$
 - ✓ Pole elektryczne występuje tylko w granicach obszaru zubożonego
 - ✓ Wszystkie domieszki są zjonizowane
 - ✓ Gęstość prądu jest stała

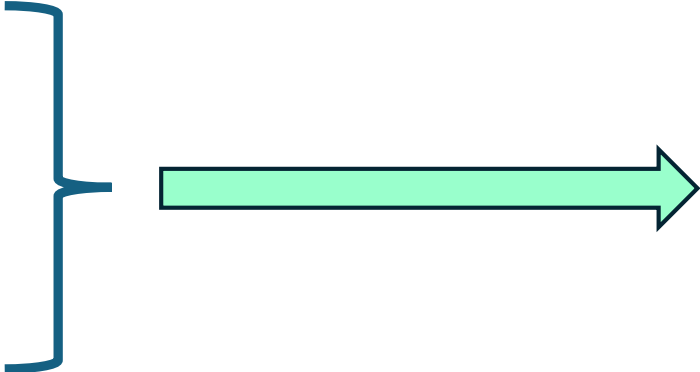


Dla półprzewodnika **typu n**:

$$\rho(x) = q(N_d - n)$$

Dla półprzewodnika **typu p**:

$$\rho(x) = q(p - N_a)$$



$$\rho(x) = \begin{cases} qN_d \\ -qN_a \end{cases}$$

Obszar **typu n**

Obszar **typu p**

Pole elektryczne w idealnym złączu p-n

Równanie Poissona:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_s}$$

oraz

$$\rho(x) = \begin{cases} qN_d, & \text{obszar typu n,} & 0 < x < x_n \\ -qN_a, & \text{obszar typu p,} & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

Chcąc obliczyć natężenie pola elektrycznego w obszarze zubożonym, trzeba policzyć całkę:

$$E(x) = \int \frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_s} dx$$

$$E(x) = \begin{cases} \int \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} dx = \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} x + C_1, & \text{obszar typu n} \\ \int \frac{-qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} dx = \frac{-qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} x + C_2, & \text{obszar typu p} \end{cases}$$

$$E(x = x_n) = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} x_n$$

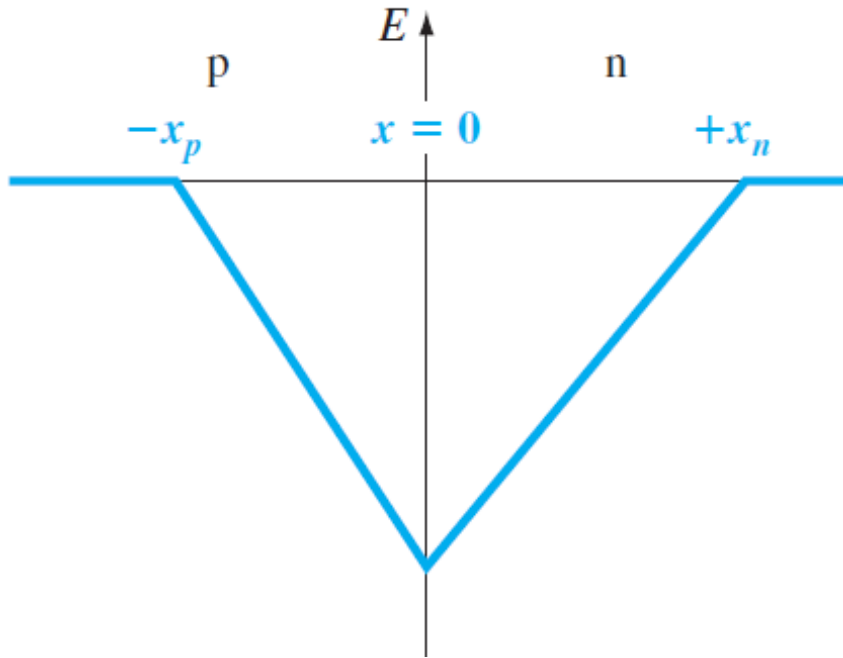
$$E(x = -x_p) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} x_p$$

Licząc $E(x)$ w każdym punkcie x obszaru zubożonego złącza p-n otrzymujemy:

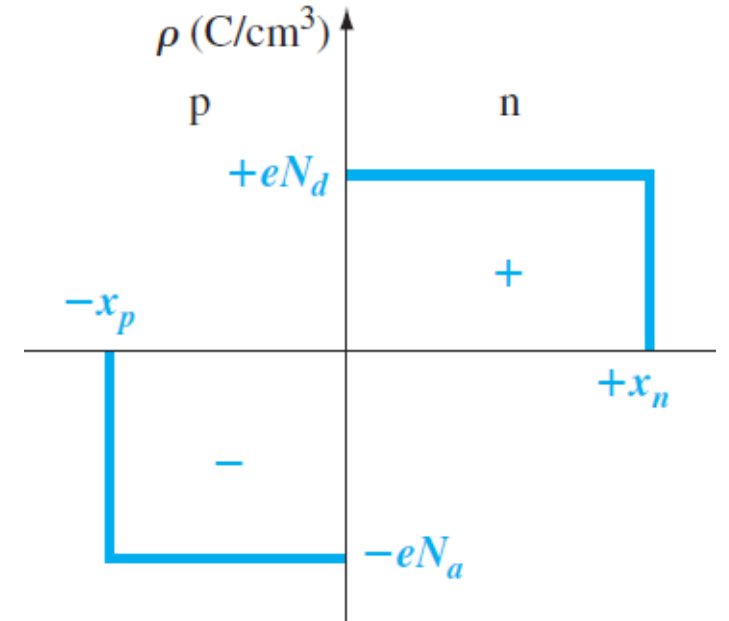
$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} (x_n - x), & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} (x_p + x), & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Rozkład pola elektrycznego w idealnym złączu złączu p-n

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_n - x), & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_p + x), & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$



Rys. Rozkład natężenia pola elektrycznego w idealnym, jednorodnie domieszkowanym złączu p-n.



Przyrównanie obu powyższych równań do siebie w punkcie $x = 0$ daje:

$$N_a x_p = N_d x_n \quad (*)$$

Jest to pewne uproszczenie \rightarrow **przybliżenie obszaru zubożonego**, które zakłada, że ładunek przestrzenny ma profil prostokątny (skokowy). Ponadto, równanie (*) pokazuje, że **liczba ładunków ujemnych na jednostkę powierzchni w obszarze p** jest **równa liczbie ładunków dodatnich na jednostkę powierzchni w obszarze n**.

Potencjał elektryczny w idealnym złączu p-n

Wychodzimy z równania Poissona:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -E(x)$$

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_n - x), & \text{obszar typu n, } 0 \leq x \leq x_n \\ -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_p + x), & \text{obszar typu p, } -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Chcąc wyznaczyć $V(x)$ musimy scałkować powyższą zależność:

$$V(x) = \begin{cases} -\int E(x)dx = \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} \int (x_n - x) dx, & \text{obszar typu n, } 0 \leq x \leq x_n \\ -\int E(x)dx = \frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} \int (x_p + x) dx, & \text{obszar typu p, } -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Otrzymujemy:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} \left(x_n x - \frac{x^2}{2} \right) + C_3, & \text{obszar typu n, } 0 \leq x \leq x_n \\ \frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} \left(x_p x + \frac{x^2}{2} \right) + C_4, & \text{obszar typu p, } -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_p(x = -x_p) = 0 \Rightarrow C_4 = \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_p^2 \\ V_n(x = 0) = V_p(x = 0) \Rightarrow C_3 = C_4 \end{cases}$$

Potencjał elektryczny w idealnym złączu p-n

Po podstawieniu wyznaczonych wartości C_4 i C_3 otrzymujemy:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} \left(x_n x - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_p^2, & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ \frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s} \left(x_p x + \frac{x^2}{2} \right) + \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_p^2, & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Ostatecznie:

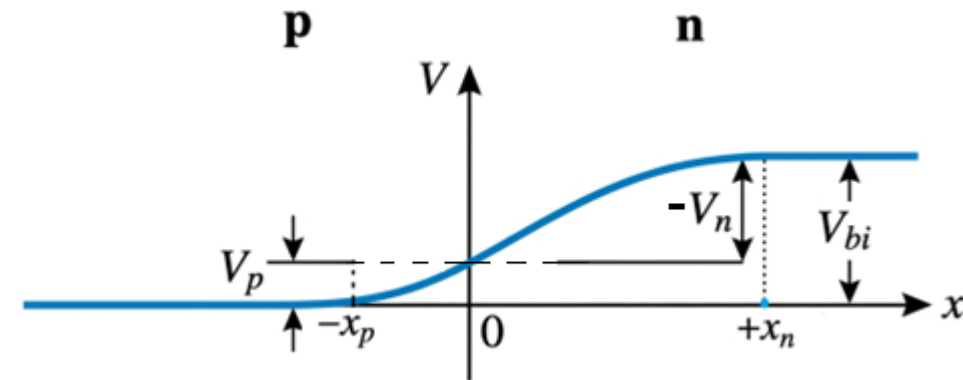
$$V(x) = \begin{cases} \frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s} \left(x_n x - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_p^2, & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} (x + x_p)^2, & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Wprowadźmy teraz potencjał wbudowany:

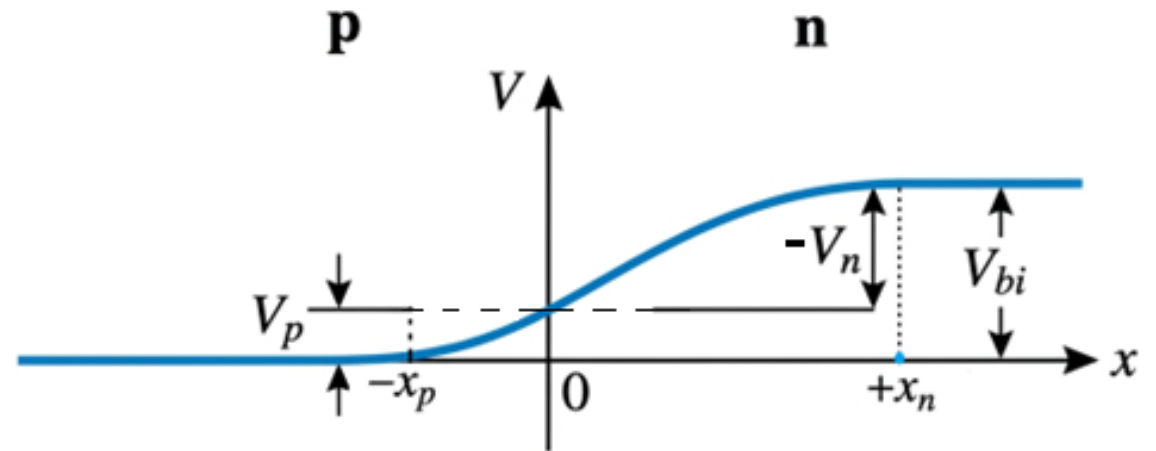
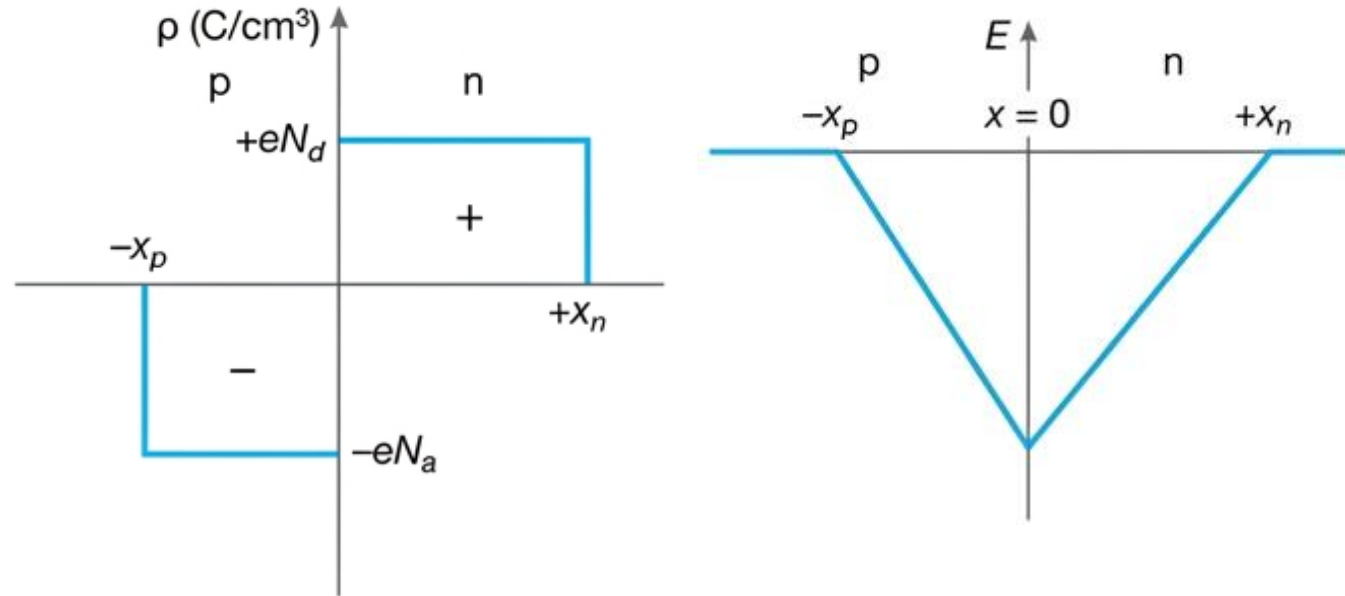
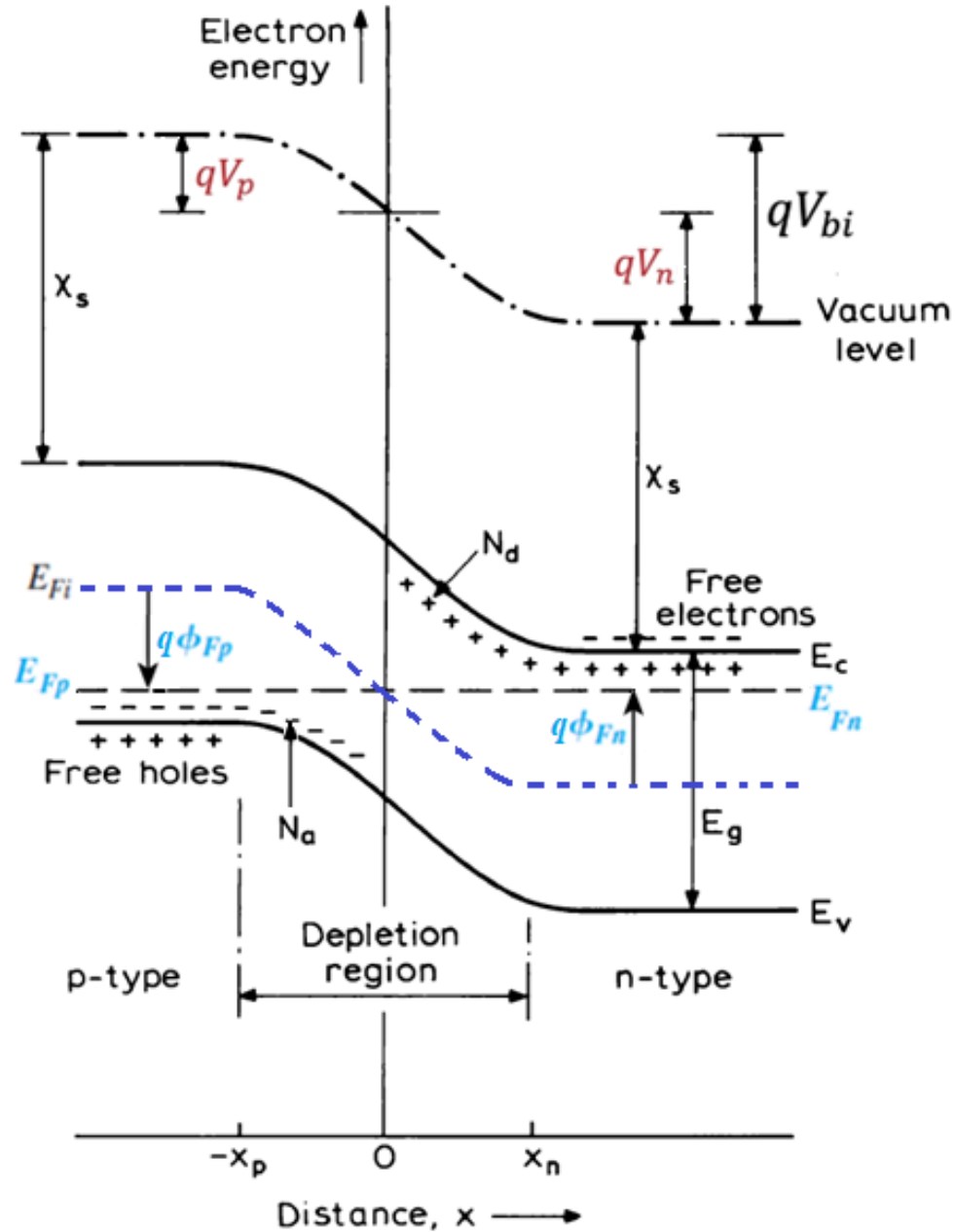
$$V_{bi} = |V_n| + V_p$$

przy czym potencjały w poszczególnych obszarach złącza p-n można wyznaczyć jako:

$$\begin{cases} V_p = \frac{qN_a}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_p^2 \\ |V_n| = \frac{qN_d}{2\epsilon_0\epsilon_s} x_n^2 \end{cases} \rightarrow V_{bi} = \frac{q}{2\epsilon_0\epsilon_s} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2)$$



Ładunek przestrzenny, potencjał, pole elektryczne i diagram pasmowy złącza p-n



Obszar zubożony w idealnym złączu p-n

Pokazaliśmy wcześniej, że:

$$N_a x_p = N_d x_n$$



$$x_p = \frac{N_d x_n}{N_a} \quad (*)$$

Podstawiając równanie (*) do zależności na V_{bi} :

$$V_{bi} = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon_s} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2)$$

można wyznaczyć:

$$x_n = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_a}{N_d} \right] \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

oraz

$$x_p = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_d}{N_a} \right] \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

Z kolei całkowita szerokość obszaru zubożonego (W) w złączu p-n wynosi:

$$W = x_p + x_n$$



$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

Dla silnie domieszkowanego złącza, tj. p⁺-n lub n⁺-p szerokość obszaru zubożonego wynosi:

$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{qN} \right\}^{1/2}$$

gdzie N - to koncentracja donorów (N_d) lub akceptorów (N_a), w zależności od tego jaka jest relacja między nimi, tj. czy $N_a \gg N_d$, czy $N_d \gg N_a$.

Rzeczywiste złącze p-n – ogony Debye'a

Do tej pory rozważaliśmy idealne złącze p-n, opisane w modelu przybliżenia obszaru **(całkowicie)** zubożonego. Model ten zakłada, że w obszarze zubożonym złącza ładunek przestrzenny jest stały a jego rozkład przybiera profil prostokątny (*ang. ideal box-profile*) :

$$\rho(x) = \begin{cases} qN_d & \text{obszar typu n} \\ -qN_a & \text{obszar typu p} \end{cases}$$

- ✓ W rzeczywistym złączu p-n przejście między obszarem neutralnym (gdzie $\rho(x) = 0$) a zubożonym nie jest skokowe a na krawędziach (przy $-x_p$ i x_n) następuje łagodne, **wykładnicze przejście** - narożniki są „zaokrąglone”.
- ✓ **Przyczyna:** Swobodne nośniki (elektrony z n, dziury z p) dyfundują w głąb obszaru zubożonego, częściowo ekranując (kompensując) nieruchome jony domieszek.
- ✓ W obszarze zubożonym złącza i poza jego granicami pojawiają się tzw. „ogony nośników” - **ogony Debye'a** → pole elektryczne przenika **do obszarów neutralnych (poza nominalne granice $-x_p$ i x_n)** → zatem w rzeczywistości w obszarze neutralnym $\rho(x) \neq 0$
- ✓ **Wniosek:** rozpatrując rzeczywisty rozkład ładunku przestrzennego w obszarze zubożonym złącza, należy uwzględnić **wkład nośników większościowych oprócz koncentracji domieszek**

Obszar **typu n**

$$\rho(x) \approx q[N_d - n(x)]$$

Obszar **typu p**

$$\rho(x) \approx q[p(x) - N_a]$$

Rzeczywiste złącze p-n – ogony Debye'a

Ładunek przestrzenny w rzeczywistym złączu p-n:

$$\rho(x) = q[p(x) - n(x) + N_d - N_a]$$

przy czym: $n(x) = n_0 \cdot \exp\left[\frac{qV_n(x)}{kT}\right]$ (*)

Dla:
$$\begin{cases} n_0 = N_d \\ V_n(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_s}(x_n - x)^2 \end{cases}$$

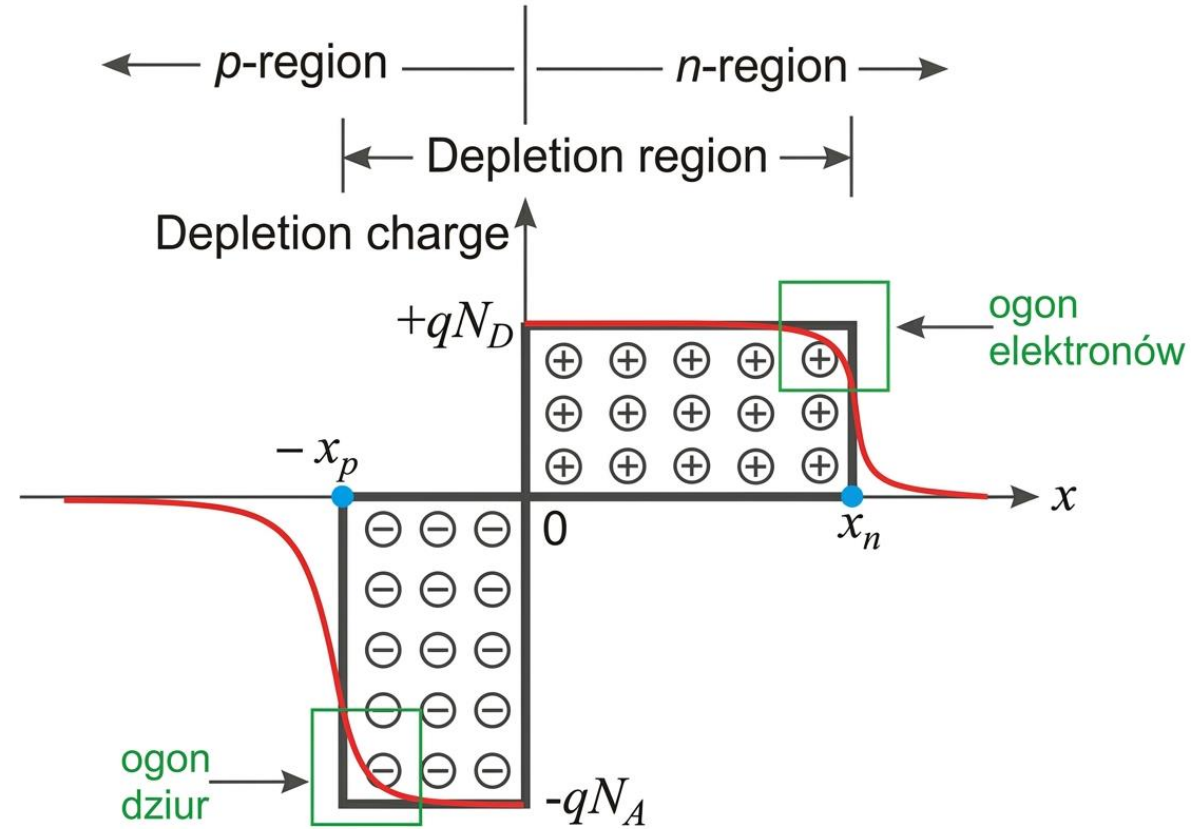
$$n(x) = N_d \cdot \exp\left[\frac{-q^2 N_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_s kT}(x_n - x)^2\right]$$

Analogicznie dla dziur:

$$p(x) = p_0 \cdot \exp\left[\frac{-qV_p(x)}{kT}\right]$$

$$V_p(x) = \frac{qN_a}{2\varepsilon_0\varepsilon_s}(x_p + x)^2$$

$$p(x) = N_a \cdot \exp\left[\frac{-q^2 N_a}{2\varepsilon_0\varepsilon_s kT}(x_p + x)^2\right]$$



Uwaga: Skąd biorą się wzory (*) i (**)? → patrz Dodatek na końcu wykładu

Rzeczywiste złącze p-n – ogony Debye'a

Wprowadzając długość Debye'a w regionie typu p i n złącza:

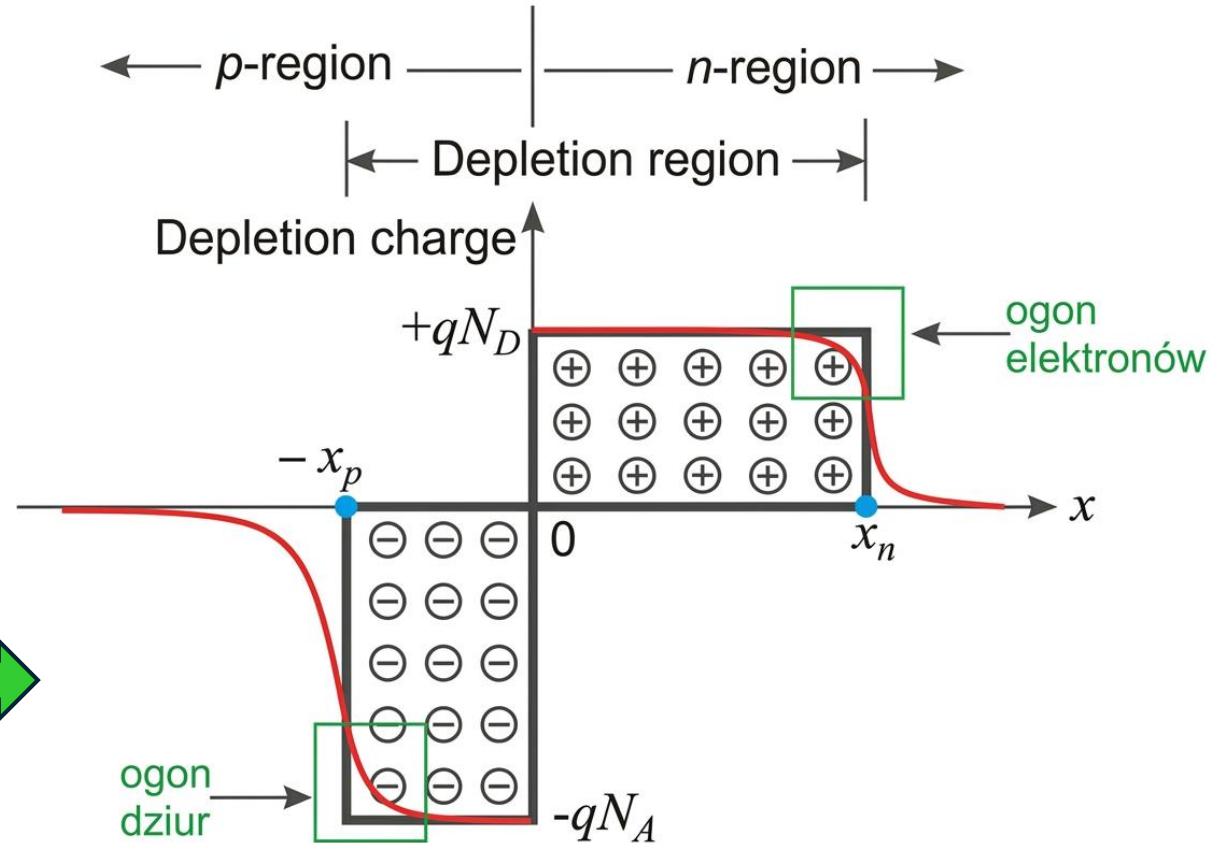
$$L_D = \left\{ \frac{\epsilon_0 \epsilon_s kT}{q^2 N_d} \right\}^{1/2}$$

$$L_D = \left\{ \frac{\epsilon_0 \epsilon_s kT}{q^2 N_a} \right\}^{1/2}$$

Możemy zapisać, że:

$$n(x) = N_d \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_n - x}{L_D} \right)^2 \right]$$

$$p(x) = N_a \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_p + x}{L_D} \right)^2 \right]$$



- ✓ $n(x)$ opisuje elektrony wnikające z obszaru neutralnego n (od strony $+x_n$) do środka złącza
- ✓ $p(x)$ opisuje dziury wnikające z obszaru neutralnego p (od strony $-x_p$) do środka złącza
- ✓ Długość Debye'a **określa szerokość „ogonów” nośników**. Można przyjąć, że w odległości **kilku L_D** od granicy obszaru zubożonego ładunek spada prawie do zera.

Rzeczywiste złącze p-n - ogony Debye'a

Równanie Poissona:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_s}$$

$$\rho(x) = q[p(x) - n(x) + N_d - N_a] = -q[n(x) - p(x) + N_a - N_d]$$

$$n(x) = N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n - x}{L_D}\right)^2\right]$$

$$p(x) = N_a \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_p + x}{L_D}\right)^2\right]$$

Zatem równanie Poissona dla rzeczywistego złącza p-n z uwzględnieniem długości Debye'a (wzór geometryczny):

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon_s} \left\{ N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n - x}{L_D}\right)^2\right] - N_a \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_p + x}{L_D}\right)^2\right] + N_a - N_d \right\}$$

Analogiczna wersja → nieliniowe równanie Poissona → koncentracje nośników zależą od potencjału:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon_s} \left\{ n_0 \cdot \exp\left[\frac{qV(x)}{kT}\right] - p_0 \cdot \exp\left[-\frac{qV(x)}{kT}\right] + N_a - N_d \right\}$$

Obszar zubożony w rzeczywistym złączu p-n

Szerokość obszaru zubożonego w przypadku idealnego złącza p-n:

$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2} \quad (*)$$

Jeżeli w rzeczywistym złączu p-n bierzemy pod uwagę wnikanie elektronów i dziur do obszaru zubożonego złącza, wówczas we wzorze (*) należy V_{bi} zastąpić czynnikiem $\left(V_{bi} - \frac{2kT}{q} \right)$:

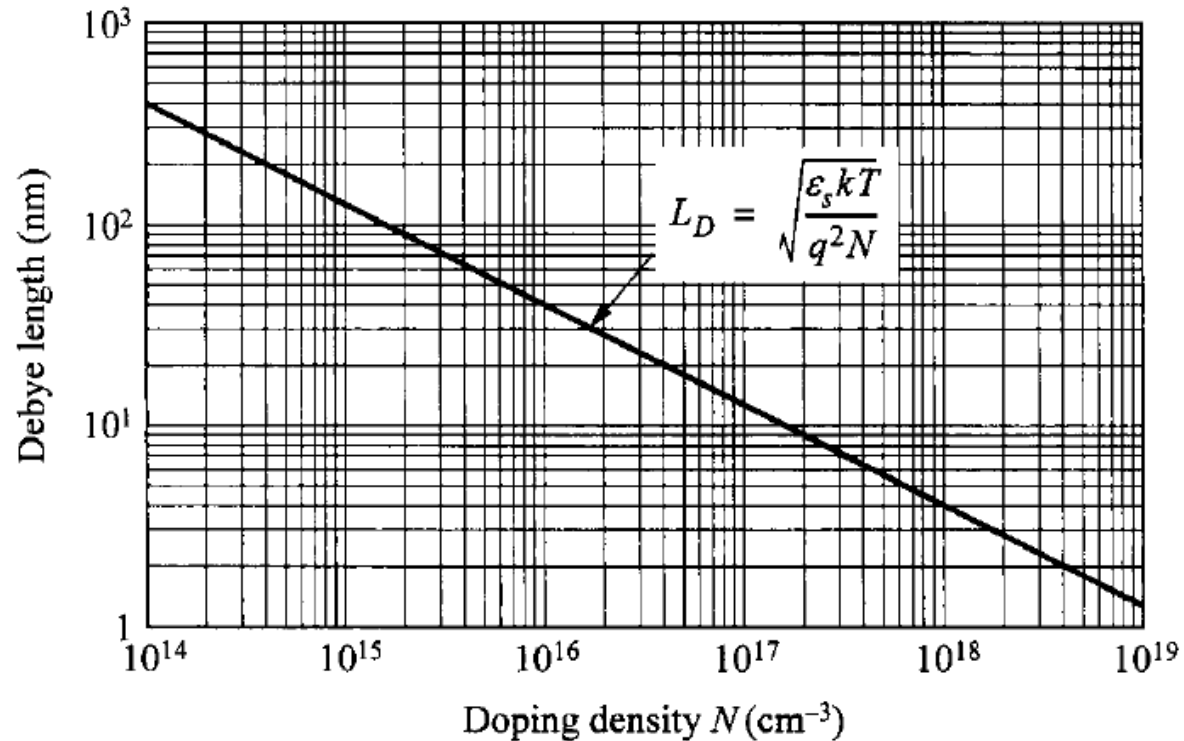
$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s \left(V_{bi} - \frac{2kT}{q} \right)}{q} \left[\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

Wstawiony do wzoru czynnik korekcyjny $\left(\frac{2kT}{q} \right)$ wynika z obecności w pobliżu krawędzi obszaru zubożonego **dwóch „ogonów” nośników** większościowych – elektronów i dziur. **Każdy z nich wnosi poprawkę równą $\left(\frac{kT}{q} \right)$.**



Obszar zubożony w rzeczywistym złączu p-n

Uwaga: Szerokość obszaru zubożonego jest dużo większa niż długość Debye'a $\rightarrow L_D \ll W!$ Przy standardowym domieszkowaniu półprzewodnika, którego $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow L_D \cong 40 \text{ nm}$.



Nieuwzględnienie poprawki $\left(\frac{2kT}{q}\right)$ we wzorze na szerokość obszaru zubożonego daje błąd rzędu kilku długości Debye'a. Błąd jest procentowo mały, ale staje się kluczowy przy precyzyjnym wyznaczaniu profilu domieszkowania.

Obszar zubożony w rzeczywistym złączu p-n

Jeżeli złącze spolaryzujemy w kierunku przewodzenia to w poniższym wzorze musimy uwzględnić następujące czynniki:

(1) przy polaryzacji w kierunku przewodzenia $\rightarrow (V_{bi} - V_F)$

(2) przy polaryzacji w kierunku zaporowym $\rightarrow (V_{bi} + V_R)$.

Ogólnie można zapisać $(V_{bi} \pm V)$.

$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s \left(V_{bi} \pm V - \frac{2kT}{q} \right)}{q} \left[\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

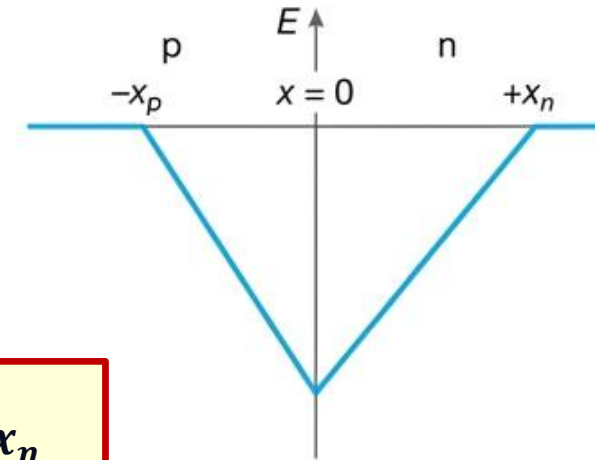
Dla silnie domieszkowanego złącza, tj. p⁺-n lub n⁺-p szerokość obszaru zubożonego wynosi:

$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s \left(V_{bi} \pm V - \frac{2kT}{q} \right)}{qN} \right\}^{1/2}$$

gdzie N - to koncentracja donorów (N_d) lub akceptorów (N_a), w zależności od tego jaka jest relacja między nimi, tj. czy $N_a \gg N_d$, czy $N_d \gg N_a$.

Maksymalne pole elektryczne złącza p-n

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_n - x), & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s}(x_p + x), & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$



Maksymalne pole elektryczne:

$$E_{max} = \begin{cases} -\frac{qN_d}{\epsilon_0\epsilon_s}x_n, & \text{obszar typu n,} & 0 \leq x \leq x_n \\ -\frac{qN_a}{\epsilon_0\epsilon_s}x_p, & \text{obszar typu p,} & -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Biorąc pod uwagę, że :

$$x_n = \left\{ \frac{2\epsilon_0\epsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_a}{N_d} \right] \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

i

$$x_p = \left\{ \frac{2\epsilon_0\epsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_d}{N_a} \right] \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

oraz:

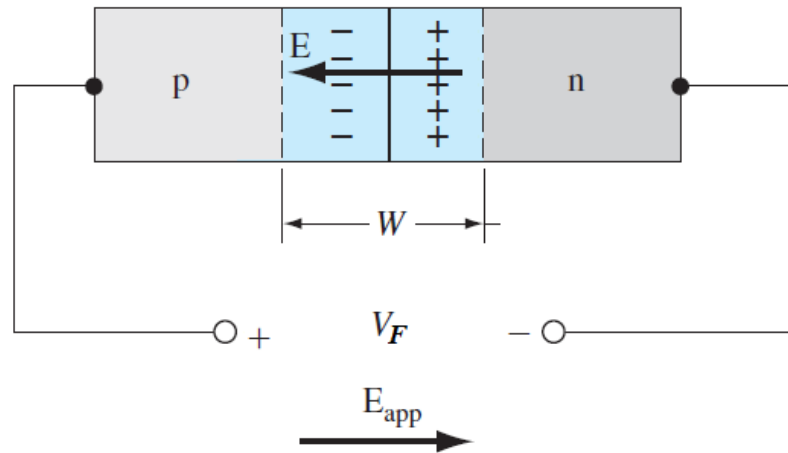
$$W = x_p + x_n$$



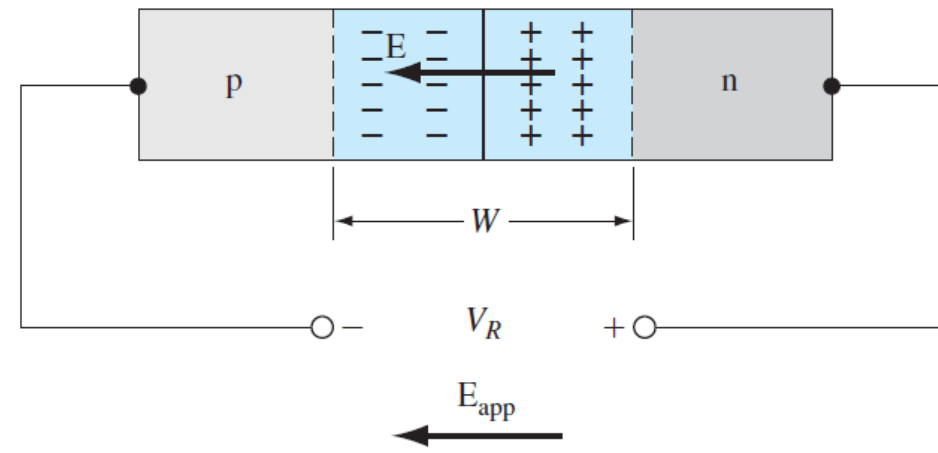
$$E_{max} = -2 \frac{V_{bi}}{W}$$

Pole elektryczne i ładunek przestrzenny w spolaryzowanym złączu p-n

(a)



(b)



Powyższy rys. przedstawia złącze p-n spolaryzowane w kierunku przewodzenia (a) i zaporowym (b). W sytuacji (a) E zmaleje ponieważ jest **przeciwnie skierowane do E_{app}** – wynikającego z przyłożonego napięcia V_F . Odwrotnie będzie przy polaryzacji w kierunku zaporowym \rightarrow wbudowane pole złącza E – **zwiększy się**.

$$E_{max} = -2 \frac{(V_{bi} \pm V)}{W}$$

+V – odnosi się do polaryzacji w kier. zaporowym
-V – oznacza polaryzację w kier. przewodzenia

$$\rho(x) \approx q[N_d - N_a]$$

Uwaga: Przy polaryzacji w kier. przewodzenia warstwa zubożona staje się węższa. **Następuje dyfuzja swobodnych nośników ładunku (dziur i elektronów) z obszarów neutralnych.** Dlatego model bazujący na **przybliżeniu obszaru zubożonego staje się nieadekwatny** – bowiem zakłada, że w warstwie zubożonej nie ma żadnych nośników swobodnych \rightarrow rozkład ładunku przestrzennego się zmienia i trzeba uwzględnić $n(x)$ i $p(x)$ we wzorze na $\rho(x)$.

Pojemność elektryczna złącza p-n

Wzór ogólny na pojemność elektryczną danego złącza (zarówno Schottky'ego jak i p-n) można zapisać jako:

$$C = A \frac{dQ}{dV_R}$$

gdzie:

$$dQ = qN_d dx_n = qN_a dx_p$$



$$C = A \frac{dQ}{dV_R} = AqN_d \frac{dx_n}{dV_R}$$

Biorąc pod uwagę, że :

$$x_n = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{q} \left[\frac{N_a}{N_d} \right] \left[\frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$



$$C = A \left\{ \frac{q\varepsilon_0\varepsilon_s N_a N_d}{2V_{bi}(N_a + N_d)} \right\}^{1/2}$$

Dla złącza p-n spolaryzowanego w kierunku zaporowym napięciem V_R :

$$C = A \left\{ \frac{q\varepsilon_0\varepsilon_s N_a N_d}{2(V_{bi} + V_R)(N_a + N_d)} \right\}^{1/2}$$

Profil koncentracji nośników \rightarrow zależność $N_{C-V}(W)$, przy czym $N_{C-V} = N_d - N_a$, bo $\rho = q[N_d - N_a] = qN_{C-V}$

$$N_{C-V} = - \frac{C^3}{A^2 \varepsilon_0 \varepsilon_s q} \cdot \left(\frac{dC}{dV_r} \right)^{-1}$$

$$W = \left\{ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s (V_{bi} + V_R)}{q} \left[\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

Dodatek

Pokazaliśmy w wykładzie, wzór opisujący koncentrację elektronów :

$$n(x) = n_0 \cdot \exp \left[\frac{qV_n(x)}{kT} \right]$$

i dziur:

$$p(x) = p_0 \cdot \exp \left[\frac{-qV_p(x)}{kT} \right]$$

Pojawiło się pytanie, dlaczego we wzorze na $n(x)$ przy potencjale $V_n(x)$ nie ma minusa, podczas gdy pojawia się on we wzorze na $p(x)$ przy potencjale $V_p(x)$. Odpowiedź jest prosta (patrz analiza poniżej).

Zapiszmy wzór na **energię potencjalną** U cząstki w polu elektrycznym: $U = qV$, gdzie dla elektronu: $q = -1e$ a dla dziury $q = +1e$.

Rozkład Boltzmann'a wyznacza ogólne wzory na koncentrację dziur czy elektronów:

$$n, p \sim \exp \left[\frac{-U}{kT} \right]$$

Podstawiając za U we wzorze na koncentrację elektronów $U = -1e \cdot V$ a dla dziur $U = +1e \cdot V$ dostajemy:

✓ dla elektronów: $n(x) = n_0 \cdot \exp \left[\frac{-U}{kT} \right] = n_0 \cdot \exp \left[-\frac{-1e \cdot V}{kT} \right] \Rightarrow n(x) = n_0 \cdot \exp \left[\frac{+1e \cdot V}{kT} \right]$

✓ dla dziur: $p(x) = p_0 \cdot \exp \left[\frac{-U}{kT} \right] = p_0 \cdot \exp \left[-\frac{+1e \cdot V}{kT} \right] \Rightarrow p(x) = p_0 \cdot \exp \left[\frac{-1e \cdot V}{kT} \right]$

Stąd płynie wniosek, że elektrony „chcą” iść w stronę wyższego potencjału (tj. dodatniego), natomiast dziury w stronę niższego potencjału (ujemnego).